b/ pour $x\neq 0$

$$\left|\frac{f(x)}{x}\right| \le |x|$$

$\lim\limits_{x\to 0}|x| = 0$ d'où $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} = 0$

D'où f est dérivable en 0 ett f'(0)=0

3) a) la fonction : $x \mapsto \frac{1}{x}$ est dérivable sur $\mathbb{R}^*$

La fonction : x↦sin x est dérivable sur IR

D'où $x \mapsto \sin(\frac{1}{x})$ est dérivable sur IR*

Par suite f est dérivable sur IR*

Or f est dérivable en 0 ,

d'où f est dérivable sur IR

$$f'(x) = 2x.\sin(\frac{1}{x}) + x^2.\left[\frac{-1}{x^2}\cos(\frac{1}{x})\right]$$

$$f'(x) = 2x.\sin(\frac{1}{x}) - \cos(\frac{1}{x})$$

b) $n\neq 0$

$$f'(\frac{1}{n\pi}) = \frac{2}{n\pi}.\sin(n\pi) - \cos(n\pi) = -\cos(n\pi) = -(-1)^n$$

$$\left|f'(\frac{1}{n\pi})\right| = 1$$

c) f '(0)=0

Supposons que f ' est continue en 0

Soit la suite $V_n = \left|f'(\frac{1}{n\pi})\right|$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n\pi} = 0$, f ' continue en 0

D'où $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = f'(0) = 0$

Or V_n=1 daprés b) (absurde)

f ' n'est pas continue en 0

EX 21 :

1)

x	-∞		-2		1		+∞
f'(x)		+	‖	-	0	+	
f(x)	0	↗	2	↘	-2	↗	+∞

2) $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\frac{f(x)-f(-2)}{x+2} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to(-2)^+}\frac{f(x)-f(-2)}{x+2} = -3$

$$\lim_{x\to 1}\frac{f(x)+2}{x-1} = \lim_{t\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1) = 0$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-(x-4) = 0$

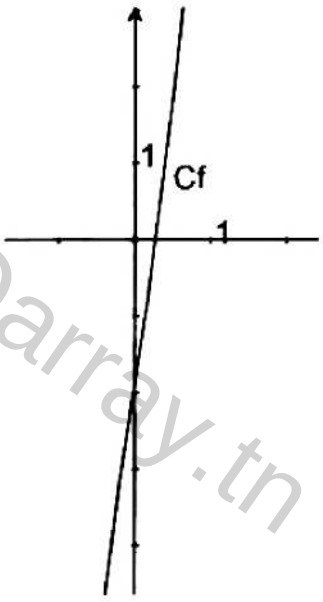
EX 22 : $f(x)=4x^3+6x-2$

f est dérivable sur IR et $f'(x)=12x^2+6>0$

x	-∞		+∞
f'(x)		+	
f(x)	-∞	↗	+∞

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{4x^3}{x} = \lim_{x\to+\infty} 4x^2 = +\infty$$

La courbe de f admet deux branches infinies paraboliques de direction celle de $(O,\vec{j})$



Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn